



COMPORTEMENT À LA FLEXION DES ÉLÉMENTS EN BÉTON ARMÉ DE BARRES EN PRF SELON LES CODES ACI, CSA ET ISIS

FLEXURAL BEHAVIOR OF CONCRETE ELEMENTS REINFORCED WITH FRP BARS ACCORDING TO ACI, CSA AND ISIS CODES

Réception : 09/10/2019

Acceptation : 13/12/2019

Publication : 09/01/2020

ZAIDI Ali¹, BELLAKEHAL Hizia¹, KROBBA Mebarek¹.

¹Laboratoire de Matériaux et Réhabilitation de Structures (SREML), Département de Génie Civil, Université de Laghouat, e-mail : ali.zaidi@USherbrooke.ca ; a.zaidi@lagh-univ.dz

Résumé- De nos jours, la corrosion des armatures en acier engendre des dégradations sévères dans les structures en béton armé, particulièrement dans les ouvrages d'art, en suscitant une grande inquiétude dans le monde contemporain. L'utilisation de barres d'armature en polymères renforcés de fibres (PRF) représente une solution efficace à ce problème de corrosion des barres d'acier. Le comportement à la flexion d'éléments en béton armé des barres en PRF dépend de plusieurs facteurs tels que : les propriétés des matériaux utilisées et les conditions climatiques du milieu environnant. Ces facteurs, qui sont différents d'un pays à un autre, peuvent modifier certains paramètres qui entrent en jeu dans les calculs à la flexion. Pour ces raisons, on entame la présente étude théorique comparative de calculs à la flexion en considérant les trois règlements suivants : le guide américain ACI ; le code canadien CSA et le manuel canadien ISIS. Dans cette étude comparative, on analyse en profondeur les différents paramètres de calculs justificatifs de résistance en flexion (contraintes, flèches, fissures,...etc.) tout en mettant en relief les points concordants entre les trois codes considérés et les différences marquantes dans leur approche respective. Les résultats obtenus permettent de dresser des conclusions comme contribution pour un éventuel établissement d'un code algérien en béton armé de PRF.

Mots - clés : Flexion, PRF barres, Béton, Codes

Abstract- Nowadays, the corrosion of steel reinforcements causes severe degradation in reinforced concrete structures, particularly in bridges and parkings, inducing a great concern in the contemporary world. The use of fibers reinforced polymer (FRP) bars is an effective solution to the problem of corrosion of steel bars. The flexural behavior of reinforced concrete elements with FRP bars depends on several factors such as materials properties used and climatic conditions of the surrounding environment. These factors, which are different from one country to another, can modify certain parameters that affect the flexural strength of concrete structures. For these reasons, this paper presents a **theoretical** comparative study which investigates the flexural behavior of FRP bars-reinforced concrete elements using the American guide ACI, the Canadian Code CSA and the Canadian Manual ISIS. This comparative study permits to analyze in depth different parameters of flexural strength (stresses, deflections, cracks, etc.) highlighting the concordant points between the three codes considered and the significant differences in their respective approaches. The results obtained allow to draw conclusions as a contribution for an eventual establishment of an Algerian code in FRP-reinforced concrete.

Keywords: Flexure, FRP bars, Concrete, Codes

1- Introduction

Le béton armé d'acier est l'un des matériaux les plus communément utilisés dans le domaine de la construction en génie civil. Il permet d'allier la résistance en compression du béton avec la résistance en traction de l'acier.

Cependant, comme l'acier d'armature est composé en partie de fer, il a tendance à s'oxyder. Cette oxydation est accélérée par la présence de sels de déverglaçage et de gaz carbonique [16]. Il s'agit des conditions dans lesquelles se retrouvent généralement les ponts, les structures de route et les parcs stationnement

multi-étages. L'oxydation de l'acier d'armature dans les structures de génie civil a de nombreux effets néfastes. En plus des critères esthétiques, la dégradation de l'acier d'armature dans les structures de béton représente plusieurs risques pour les usagers. Tout d'abord, il faut tenir compte de l'augmentation du risque relié à la baisse de capacité structurale de l'ouvrage ainsi que du risque de détachement de blocs de béton. Depuis plus de trois décennies, le domaine du béton armé a vu émerger l'utilisation des polymères renforcés de fibres (PRF). Ces matériaux étant non corrodables, il s'agit d'une solution permettant d'éviter le problème de corrosion, en outre ils possèdent une grande résistance à la traction, un poids léger et une grande durabilité aux agents agressifs, de plus le coût des PRF, particulièrement les PRF de verre, est comparable à celui de l'acier [1-4]. La différence de comportement des deux matériaux a amené à une modification des critères de calcul dans les différents codes en vigueur. L'acier est généralement contrôlé par les critères de résistance alors que les PRF sont contrôlés par les critères de comportement en service : flèche et fissuration. Cela amène parfois à une utilisation d'un taux d'armature trois fois supérieur que celui des états limites ultimes pour répondre aux critères de comportement en service. Le surplus d'armature conduit à des coûts initiaux des travaux supérieurs comparativement à une structure traditionnelle renforcée d'acier et cela décourage parfois les investisseurs d'utiliser des PRF malgré la diminution importante des frais d'entretien. La présente étude consiste à réaliser une analyse comparative théorique du

comportement à la flexion d'éléments en béton armé de barres en PRF en considérant les règlements tels le guide américain ACI [5], [6], le code canadien CSA[7-10] et le manuel canadien ISIS[11], [12]. Les résultats de cette analyse comparative permettent de dresser des conclusions enrichissant la banque de données que l'on a fondée pour l'établissement d'un code algérien dans ce domaine [1].

2- Analyse comparative de calcul à la flexion d'éléments en béton armé de PRF

2.1- Résistance à la flexion

La conception des éléments en béton armé de barres en PRF pour résister à la flexion est analogue à celle des éléments en béton armé de barres d'acier. Les données expérimentales sur des éléments en béton armé de barres en PRF montrent que la résistance à la flexion peut être calculée sur la base des hypothèses similaires à celles faites pour les éléments en béton armé de barres d'acier [13], [14]. La conception des éléments en béton renforcé de barres en PRF doit tenir compte de la relation contrainte-déformation uni axiale des matériaux de PRF.

2.2- Hypothèses de calcul

La méthode de calcul est basée sur l'hypothèse que les sections planes avant déformation restent planes après déformation. Ceci porte donc à considérer que la distribution des déformations, sur la profondeur de la section, est linéaire.

Tableau 1 : Comparaison d'hypothèses de calcul (Comparison of hypothesis of calculation)

Selon le guide ACI	Selon le code CSA	Selon le manuel ISIS
- La déformation maximale du béton comprimé utilisable est supposée égale à 0,003.	- La déformation maximale du béton en compression est de 0,0035.	- La déformation maximale en compression du béton est de 0,0035.
- La résistance à la traction du béton est négligeable ;		
- La déformation dans le béton et l'armature de PRF est proportionnelle à la distance de l'axe neutre ;		
- La relation entre la contrainte et la déformation du PRF est linéaire jusqu'à la rupture ;		
- L'adhérence entre le béton et le PRF est considérée parfaite.		

Le concept de compatibilité des déformations est utilisé pour le calcul des membrures en béton armé de PRF. Si les essais donnent une déformation maximale en compression dans le béton supérieure à $\epsilon_{cu} = 0,0035$, cette dernière devrait être utilisée pour les calculs. La valeur de la déformation maximale en compression est importante pour le calcul du taux d'armature correspondant aux conditions équilibrées, ρ_{prfb} , et la détermination du mode de rupture de la membrure. D'après le Tableau 1, on constate que le calcul de la résistance à la flexion des sections en béton armé de PRF selon les trois codes s'appuie sur les mêmes hypothèses, sauf que la déformation maximale en compression du béton, selon le CSA et l'ISIS, est $\epsilon_{cu} = 0,0035$. Cependant, le guide ACI exige une valeur $\epsilon_{cu} = 0,003$.

2.3 - Taux d'armature pour la rupture équilibrée

Le taux d'armature de rupture équilibrée (ρ_{prfb}) correspond à la rupture d'une section en béton armé par écrasement de béton et par traction d'armature. Cette rupture simultanée a lieu lorsque les déformations dans le béton et dans l'armature tendue en PRF située dans le lit inférieur atteignent

simultanément leurs valeurs ultimes ϵ_{cu} et ϵ_{prfu} respectivement, comme montré à la Figure 1. Le Tableau 2 montre les taux d'armatures d'une section de béton de rupture équilibrée recommandés par les codes ACI, CSA et ISIS [15]. Il est à noter que les armatures en PRF placées en plusieurs lits ne peuvent pas être idéalisées en un seul lit équivalent. Le terme de rupture équilibrée a une signification très différente qu'il s'agisse du béton armé de PRF ou du béton armé conventionnel en acier.

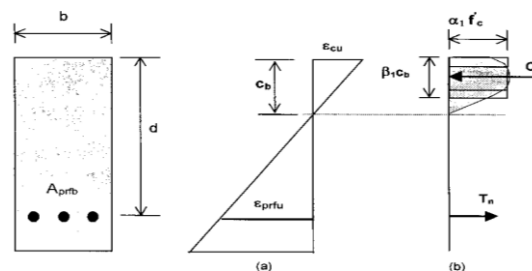


Figure 1 : Diagramme des déformations et des contraintes dans une section de béton armé de PRF correspondant aux conditions de rupture équilibrée (Stresses and strains relationship of concrete cross-section reinforced with FRP corresponding to balanced failure conditions)

Tableau 2 : Comparaison des taux d'armatures d'une section de rupture équilibrée (Comparison of reinforcement ratios of balanced failure cross-section)

Selon le guide ACI	Selon le code CSA et manuel ISIS
$\rho_{prfb} = 0,85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_{prfu}} \left(\frac{E_{prf} \epsilon_{cu}}{E_{prf} \epsilon_{cu} + f_{prfu}} \right)$	$\rho_{prfb} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c f'_c}{\phi_{prf} f_{prfu}} \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{prfu}} \right)$
<p>f'_c : Résistance spécifiée en compression du béton; f_{prfu} : Contrainte ultime de l'armature en PRF; E_{prf} : Module d'élasticité des PRF; ϵ_{cu} : déformation ultime du béton ; $\beta_1 = 0,85$ si $f'_c \leq 28\text{MPa}$ mais si $f'_c > 28\text{MPa}$ $0,67 \leq \beta_1 < 0,85$ (β_1 de 0,85 se réduit de 0,05 pour chaque 7MPa)</p>	<p>$\beta_1 = 0,97 - 0,0025 f'_c \geq 0,67$</p> <p>$\alpha_1 = 0,85 - 0,015 f'_c \geq 0,67$</p> <p>$\phi_c$: Coefficient de tenue du béton (= 0,65 pour bâtiments et 0,75 pour ponts) ; ϕ_{prf} : Coefficient de tenue du PRF égale à 0,75; ϵ_{prfu} : Déformation ultime des PRF</p>

Tableau 3 : Comparaison des moments résistants minimum à la flexion (Comparison of minimum flexural resistance moments)

Selon le guide ACI	Selon le code CSA	Selon le manuel ISIS
$\emptyset M_n \geq M_{cr} \Leftrightarrow M_n \geq \frac{1}{\emptyset} M_{cr}$	$M_r \geq 1,5 M_{cr}$	$M_r \geq 1,5 M_{cr}$
Sinon $M_n \geq \frac{1}{\emptyset} M_u$	Sinon $M_r \geq 1,5 M_f$	Sinon $M_r \geq 1,5 M_f$
$M_{cr} = \frac{f_r I_t}{y_t} \quad f_r = 0,62 \lambda \sqrt{f'_c}$	$f_r = 0,6 \lambda \sqrt{f'_c} ; \lambda: \text{facteur tenant}$	$f_r = 0,6 \lambda \sqrt{f'_c}$
I_t : moment d'inertie de la section de béton transformée non fissurée ; y_t : distance entre le centre de gravité de la section du béton non fissuré et la fibre extrême du béton tendu.	compte de la densité du béton ($\lambda=1$ pour un béton de densité normale)	

Notons que M_{cr} : Moment de fissuration ; M_r, M_n : Moment résistant ; M_f : Moment dû aux charges pondérées ; M_u : Moment ultime ; \emptyset : Facteur de réduction de la résistance

2.4- Résistance minimale en flexion

Selon les trois codes (ACI, CSA et ISIS), on constate que les formules de calcul de la résistance minimale sont basées sur le même fondement théorique, comme il est indiqué dans le Tableau 3. Néanmoins, le manuel ISIS et le code CSA recommandent le même facteur de sécurité de 1,5 alors que le guide ACI exige un facteur de réduction de résistance \emptyset de 0,65 pour les sections contrôlées par écrasement du béton, lorsque le taux d'armature de PRF $\rho_{prf} \geq 1,4 \rho_{prfb}$ (où ρ_{prfb} est le taux d'armature de PRF du mode de rupture équilibrée) et de 0,55 pour les sections contrôlées par la rupture de la barre de PRF correspondant à $\rho_{prf} \leq \rho_{prfb}$, et recommande une transition linéaire entre les deux valeurs 0,55 et 0,65 pour $\rho_{prfb} < \rho_{prf} < 1,4 \rho_{prfb}$. Ce facteur \emptyset correspond à un facteur de sécurité (pondération) $1/\phi$ variant entre 1,54 et 1,8 dépendant du mode de rupture. Ceci montre que le guide ACI surestime le facteur de sécurité du moment des charges pondérées d'une valeur allant jusqu'à 20% de celle des CSA et ISIS.

2.5- Section d'armatures minimales

La capacité de flexion d'un béton non fissuré est essentiellement assurée par le béton seul. La fissuration du béton ne survient que lorsque le moment de fissuration est atteint. Les sections renforcées avec peu d'armatures peuvent se comporter semblablement à des sections en béton brut non fissuré et peuvent ne pas être en mesure de soutenir le moment de fissuration M_{cr} . Par conséquent, un taux minimal d'armatures de traction peut être nécessaire pour fournir suffisamment de force post fissuration.

Les expressions du Tableau 4 peuvent être utilisées pour calculer la section minimale d'armature requise de traction afin de s'opposer au moment de fissuration M_{cr} . On remarque que les trois formules du Tableau 4 sont basées sur le même fondement théorique. Néanmoins, la formule proposée par le guide ACI est presque 12 fois supérieure à celle proposée par les deux autres codes. Cependant, l'expression utilisée par le ACI n'est utilisée que dans le cas où la section est contrôlée par la rupture des barres de PRF.

Tableau 4 : Comparaison de section d'armatures minimales (Comparison of minimum reinforcements)

Selon le guide ACI	Selon le code CSA	Selon le manuel ISIS
$A_{prf\ min} = \frac{4,9\sqrt{f'_c}}{f_{prfu}} b d \geq \frac{330}{f_{prfu}} b d$	$A_{prf\ min} = \frac{5\sqrt{f'_c}}{12f_{prfu}} (b d)$	$A_{prf\ min} = \frac{5\sqrt{f'_c}}{12f_{prfu}} (b d)$
<p>b : largeur de la section du béton ; d : hauteur utile de la section</p>		

Tableau 5 : Comparaison des formules du rapport de la portée à l'épaisseur minimale d'éléments (l/h) (Comparison of expressions of span length to minimum thickness ratio of elements)

Selon le guide ACI	Selon le code CSA	Selon le manuel ISIS
$\frac{l}{h} = \frac{48\eta}{5k_l} \left(\frac{1-k}{\varepsilon_{prf}} \right) \left(\frac{\Delta}{l} \right)_{\max}$	$\left(\frac{l_n}{h} \right)_{prf} = \left(\frac{l_n}{h} \right)_s \left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{prf}} \right)^{\alpha_d}$	$\left(\frac{l_n}{h} \right)_{prf} = \left(\frac{l_n}{h} \right)_s \left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{prf}} \right)^{\alpha_d}$
<p>$\eta = d/h$; k_l : paramètre tenant compte des conditions d'appuis ; Δ : flèche $k = \sqrt{2\rho_{prf}n_{prf} + (\rho_{prf}n_{prf})^2} - \rho_{prf}n_{prf}$ $n_{prf} = E_{prf}/E_c$; E_{prf} : module d'élasticité des PRF ; ρ_{prf} : taux d'armature des PRF ; E_c : module d'élasticité du béton ; ($E_c = 4750\sqrt{f'_c}$ pour béton de densité normale)</p>	<p>ε_{prf} : déformation des PRF ; ε_s : déformation d'aciers ; α_d : coefficient dépendant de la forme de la section ; $l_n(l)$: portée libre d'élément ; ($E_c = 4500\sqrt{f'_c}$ pour béton de densité normale)</p>	<p>($E_c = 4500\sqrt{f'_c}$ pour béton de densité normale)</p>

2.6- Épaisseur minimale des éléments en béton armé de PRF

L'expression de l'épaisseur minimale recommandée par le ACI est valable quelque soit le type de renforcement et exige le calcul de la flèche. Le Tableau 5 présente un calcul simplifié des cas particuliers des poutres et dalles. L'expression recommandée par le CSA et le manuel ISIS, valable pour les éléments renforcés par des barres de PRF, est obtenue en comparant le rapport portée/hauteur (l/h) de la poutre en béton armé de PRF étudiée par celui (l_n/h)_s d'une poutre similaire renforcée par des barres d'acier.

2.7- Calcul de la flèche par l'approche du moment d'inertie effectif

L'expression de la flèche instantanée utilisée par les codes est obtenue en utilisant la théorie des poutres basée sur les lois d'élasticité linéaire. Cependant, le moment d'inertie à utiliser est le moment d'inertie effectif de la section. Le Tableau 6 présente le moment d'inertie effectif proposé par chaque code. La

flèche différée (Δ_v) est obtenue en multipliant la flèche instantanée (Δ_i) par le facteur multiplicateur λ_{Δ} donné au Tableau 7. Selon les trois codes (ACI, CSA et ISIS), on remarque que les formules de calcul du moment d'inertie effectif sont basées sur le même fondement théorique. Aussi, constate-t-on que le manuel ISIS utilise le moment d'inertie de la section de béton transformée non-fissurée I_t . L'expression du moment d'inertie effectif (I_e) adoptée par le code CSA est celle utilisée pas les codes de calcul des sections en béton armé de barres d'acier (CSA-A23.3 et ACI-318-05), sachant que la rigidité de la zone tendue des sections en béton armé de barres en PRF est plus faible que celle de sections en béton armé traditionnel. Ceci à cause du module élasticité et les contraintes d'adhérence des barres de PRF qui sont faibles. Pour cette raison le guide ACI 440-1R-06 a utilisé le facteur (β_d) qui tient compte de la réduction de la rigidité de la zone tendue du béton due à la présence des armatures de PRF. En outre, l'expression utilisée par le guide ACI n'est utilisée que dans le cas où le moment appliqué (M_a) est supérieur au moment de fissuration (M_{cr}).

Tableau 6 : Comparaison des formules de moment d'inertie effectif (Comparison of expressions of effective moment of inertia)

Codes	Expressions du moment d'inertie effectif (I_e)
Selon le guide ACI	$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \beta_d I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g$ <p>M_{cr} : Moment de fissuration ; M_a : Moment appliqué (de service) ; I_g : Moment d'inertie de la section brute de béton ; I_{cr} : Moment d'inertie de la section fissurée ; β_d : Coefficient de réduction de la rigidité de la zone tendue.</p>
Selon le manuel ISIS	$I_e = \frac{I_t I_{cr}}{I_{cr} + \left(1 - 0,5 \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 \right) (I_t - I_{cr})}$ <p>I_t : Moment d'inertie de la section de béton transformée non fissurée</p>
Selon le code CSA	$I_e = I_{cr} + (I_g - I_{cr}) \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \leq I_g$

Tableau 7 : Comparaison des facteurs multiplicateurs (λ) (Comparison of modification factors)

Selon le guide ACI	Selon le code CSA et manuel ISIS
$\lambda_\Delta = 0,6 \xi$	$\lambda_\Delta = 1 + \xi$
ξ : facteur dépend de la durée d'application (t) des charges soutenues ($\xi = 2$ si $t \geq 5$ ans; $= 1,4$ si $t = 12$ mois; $= 1,2$ si $t = 6$ mois; $= 1,0$ si $t = 3$ mois)	$\xi = 2$ si $t \geq 5$ ans; $\xi = 1,5$ si $t = 12$ mois; $\xi = 1,3$ si $t = 6$ mois; $\xi = 1,1$ si $t = 3$ mois

2.8- Largeur de fissures

D'après le Tableau 8 on constate que le calcul de la largeur de fissures selon les trois codes est basé sur le même fondement

théorique. Néanmoins, le code CSA et le manuel d'ISIS recommandent un coefficient d'adhérence K_b de 1,2 alors que le guide ACI propose une valeur conservatrice de 1,4.

Tableau 8 : Comparaison de largeur de fissure (Comparison of crack width)

Selon ACI et CSA	Selon le manuel ISIS
$w = 2 \frac{f_{prf}}{E_{prf}} \beta k_b \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2} \right)^2}$ $\beta = \frac{h_2}{h_1}$ <p>$K_b = 1,4$ pour l'ACI et 1,2 pour CSA; f_{prf} : contrainte de traction dans l'armature en PRF au niveau de la fissure; s : espacement entre les barres longitudinales de PRF (mm)</p>	$w = 2,2 \frac{f_{prf}}{E_{prf}} \frac{h_2}{h_1} k_b (d_c A)^{1/3}$ <p>$K_b = 1,2$; h_2 : distance de la face extrême tendue à l'axe neutre de la section ; h_1 : distance du centre de gravité de l'armature tendue à l'axe neutre ; d_c : distance mesurée du centre de gravité de l'armature tendue à la face extrême tendue (mm) ; A : aire effective du béton tendue entourant l'armature tendue et ayant le même centre de gravité que celui de l'armature tendue divisée par le nombre de barres (mm²)</p>

2.9- Exemple d'application

Considérons une poutre en béton armé bi-articulée de 3 m de portée et de section rectangulaire $b \times h = 180 \text{ mm} \times 280 \text{ mm}$, supporte une charge d'exploitation $W_{LL} = 5,8 \text{ kN/m}$ et une charge permanente $W_{DL} = 3,0 \text{ kN/m}$. La résistance à la compression du béton est de $f'_c = 30 \text{ MPa}$ et sa densité $\gamma_c = 24 \text{ kN/m}^3$. Le diamètre des étriers est supposé égale 5 mm. Les barres principales sont en PRF de verre (PRFV) N°13 qui possèdent les propriétés suivantes : Résistance en traction $f_{fu} = 620,6$

MPa, module d'élasticité en traction $E_{prf} = 44,8 \text{ GPa}$, et déformation ultime en traction $\epsilon_{prfu} = 14000 \times 10^{-6}$. La flèche de cette poutre ne doit pas dépasser $l/240$.

Sachant que la hauteur effective (utile) de la section de béton $d = 228,65 \text{ mm}$, les résultats du calcul du taux d'armatures de la section équilibrée ρ_{prfb} et celui de la section surarmée ρ_{prf} sont donnés par le Tableau 9. Cependant, les résultats de calcul à l'ELU et l'ELS sont donnés respectivement par les Tableaux 10 et 11.

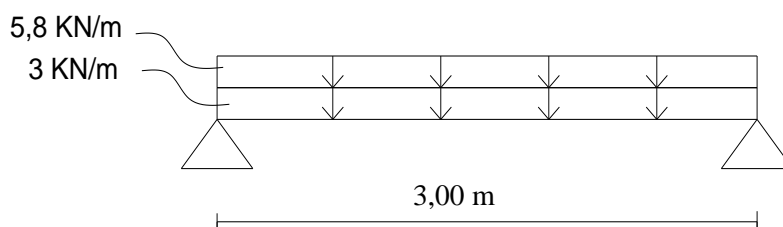


Figure 2 : Poutre en béton armé de barres de PRFV bi-articulée [15] - (Concrete beam reinforced with GFRP bars simply supported)

Tableau 9 : Résultats de calcul du taux d'armatures des PRF (Results of FRP reinforcement ratio calculations)

	ISIS	CSA	ACI
Contrainte ultime de l'armature en PRF f_{prfu} (MPa)	$f_{prfu} = f_{fu}$ =620,6	$f_{prfu} = f_{fu}$ =620,6	$f_{prfu} = C_E f_{fu}$ =0,8.620,6=496
Taux d'armature équilibré ρ_{prfb} en %	0,60	0,60	0,93
Taux d'armature ρ_{prf} en %	0,94	0,94	0,94

Tableau 10 : Résultats de calcul à l'ELU (Results at Ultimate Limit States)

	ISIS	CSA	ACI
Moment ultime (M_u) en KN.m	$M_u=1,25M_{DL}+1,5M_{LL}$ =14	$M_u=1,25M_{DL}+1,5M_{LL}$ =14	$M_u=1,2M_{DL}+1,6M_{LL}$ =14,49
Contrainte des armatures de PRF (f_{prf}) en MPa	$f_{prf} = 0,5 E_{prf} \varepsilon_{cu} \left[\left(1 + \frac{4\alpha_1 \beta_1 \phi_c f_c'}{\rho_{prf} \phi_{prf} E_{prf} \varepsilon_{cu}} \right)^{1/2} - 1 \right]$ =486,06	$f_{prf} = 0,5 E_{prf} \varepsilon_{cu} \left[\left(1 + \frac{4\alpha_1 \beta_1 \phi_c f_c'}{\rho_{prf} \phi_{prf} E_{prf} \varepsilon_{cu}} \right)^{1/2} - 1 \right]$ =486,06	$f_{prf} = \left(\sqrt{\frac{(E_{prf} \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85\beta_1 f_c'}{\rho_{prf}} E_{prf} \varepsilon_{cu}} - 0,5E_{prf} \varepsilon_{cu} \right)$ =493,53
$\varepsilon_{prf} = \frac{f_{prf}}{E_{prf}}$	0,0109	0,0109	0,011
Valeur de l'axe neutre			
$c = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{prf}} d$ en mm	55,51	55,51	49,07
Moment résistant (M_r) en KN.m	$M_r = \rho_{prf} \phi_{prf} f_{prf} \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) b d$ =28,75	$M_r = \rho_{prf} \phi_{prf} f_{prf} \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) b d$ =28,75	$M_r = \rho_{prf} \phi_{prf} f_{prf} \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) b d$ =39,67
Moment de fissuration			
$M_{cr} = \frac{f_r I_t}{y_t}$ en KN.m	7,815	7,816	7,98

Tableau 11 : Résultats de calcul à l'ELS (Results at Serviceability Limit States)

	ISIS	CSA	ACI
Moment de service ($M_s=M_{DL}+M_{LL}$) en KN.m	9,9	9,9	9,9
Moment d'inertie effective (I_e) en mm ⁴	40 .10 ⁶	176,52.10 ⁶	48,177.10 ⁶
Moment d'inertie de fissuration (I_{cr}) mm ⁴	28,6.10 ⁶	28,6.10 ⁶	27,48.10 ⁶
Module d'élasticité de béton (E_c) en GPa	24,65	24,65	26,01
Largeur des fissures (w) en mm	0,604	0,442	0,515
Flèche ($\delta ; \Delta_i$) en mm	9,41	2,13	7,40
Facteur multiplicateur de la flèche (λ_A)	3	3	1,2
Flèche différée (Δ_v), mm	28,23	6,39	8,88

D'après le Tableau 9 on remarque que le taux d'armature de la section équilibrée ρ_{prfb} selon le manuel ISIS et le code CSA est inférieur à celui du guide ACI pour la même section de béton, cette différence revient aux coefficients de tenu de béton ϕ_c et de PRF ϕ_{prf} exigés par ISIS et CSA afin de réduire la résistance du béton et des barres de PRF. Cependant, le guide ACI utilise un facteur de réduction de résistance C_E pour les barres de PRF et ignore le coefficient de tenu du béton réduisant la résistance de béton et par conséquent le taux d'armature équilibré selon l'ACI se trouve augmenté. La valeur du taux d'armature de PRF ρ_{prf} est similaire pour les trois codes car la section d'armature est choisie de telle manière que la rupture de la section de béton se fait par écrasement du béton.

Le Tableau 10 montre que :

- La valeur des charges combinées à l'ELU selon le guide ACI est légèrement supérieure à celle du code CSA et du manuel d'ISIS. Cette différence estimée à 4% environ est due aux valeurs des coefficients de pondération des charges permanentes et d'exploitation, particulièrement celle du coefficient de pondération des charges d'exploitation adoptée par le guide ACI, qui est légèrement supérieure (1,6).
- La valeur de l'axe neutre (c) selon le guide ACI est inférieure à celle du code CSA et du manuel d'ISIS, cette différence revient à la valeur de déformation ultime du béton comprimé ϵ_{cu} de 3‰ adoptée par le guide ACI qui est relativement faible par rapport à celle adoptée par le code CSA et le manuel d'ISIS dont la valeur est de 3,5‰.
- La valeur de contrainte au niveau des armatures (f_{prf}) selon le code CSA et ISIS est inférieure à celle du guide ACI. Cette diminution revient principalement à l'utilisation de coefficient de tenu ϕ_c et ϕ_{prf} qui réduit la résistance des PRF et du béton. Il est aussi à remarquer que

dans la relation de f_{prf} l'effet du facteur α_1 fixé à 0,85 selon le guide ACI par contre ce facteur dépend de f'_c selon le code CSA et le manuel d'ISIS.

- La valeur du moment résistant (M_r) selon le guide ACI est supérieure à celles du code CSA et du manuel d'ISIS. Cette différence est due à la valeur relativement élevée de la contrainte des armatures en PRF évaluée par le guide ACI. Aussi, elle est due au coefficient de tenu ϕ_{prf} réduisant la contrainte de l'armature utilisé par le code CSA et l'ISIS et qui est ignoré par le guide ACI dans l'expression du moment résistant M_r .

Le Tableau 11 montre que :

- L'expression proposée par le code CSA et le guide ACI, pour le calcul de la largeur des fissures (w), donne des valeurs sous-estimées par rapport à celle proposée par ISIS. Cette réduction est estimée à 27% pour le code CSA et 15% pour le guide ACI. Ceci est dû à la valeur du coefficient d'adhérence recommandée par le guide ACI ($k_b = 1,4$) qui est relativement supérieure à celle du code CSA et le manuel de l'ISIS ($k_b = 1,2$).
- Il y a une divergence entre les valeurs de la flèche instantanée obtenue par les trois codes. Cette divergence est liée principalement à l'expression du moment d'inertie effectif adopté par chaque code. Le moment d'inertie effectif obtenu par le CSA est largement supérieur à ceux obtenus par les deux autres codes car le code CSA utilise la même formule que celle utilisée pour les sections en béton armé d'acier, alors que les deux autres codes ACI et ISIS ont introduit des modifications sur la formule de calcul du moment d'inertie effectif afin de tenir compte de la faible rigidité des barres de PRF. Il est à noter que le code CSA a abandonné l'utilisation de l'approche de

moment d'inertie effectif pour le calcul de la flèche et il recommande l'utilisation de l'approche de la courbure. Aussi, en comparant la valeur de la flèche obtenue par ISIS et le guide ACI on trouve que ce dernier sous-estime la valeur de la flèche. Ceci revient au module d'élasticité et au module de rupture du béton qui sont relativement élevés selon le guide ACI.

- Pour la flèche différée, on constate que la progression de la flèche avec le temps est plus faible selon le guide ACI. Ceci est dû au facteur multiplicateur de la flèche (λ_{Δ}) qui est réduit de 40% selon les recommandations du guide ACI.

3- Conclusions

L'étude comparative réglementaire issue de l'analyse du comportement à la flexion des éléments en béton armé de barres en PRF selon les trois codes : américain ACI, canadien CSA et le manuel d'ISIS permet de dresser les conclusions suivantes :

- Le facteur de pondération des charges d'exploitations exigé par le guide ACI est légèrement supérieur à celui exigé par le code CSA et le manuel ISIS. Par conséquent, les sollicitations ultimes (M_u) calculée par le guide ACI sont plus grandes que celles obtenues par les deux autres codes. Néanmoins, les sollicitations à l'ELU ne sont utiles que pour la vérification du moment résistant de la pièce qui doit satisfaire la condition de résistance minimale en flexion de l'élément ;
- Le code CSA et le manuel ISIS exige l'emploi des coefficients de tenu (ϕ_c et ϕ_{prf}) afin de réduire la résistance du béton et des barres de PRF utilisée dans les calculs. Cependant, le guide ACI utilise un facteur de réduction de résistance pour les barres de PRF, mais ne réduit pas la résistance du béton. Par conséquent, le taux d'armature de rupture équilibrée (ρ_{prfb}) et la contrainte de traction au niveau des barres de PRF (f_{prf}) ainsi que le moment résistant (M_r), obtenus par le code CSA et le manuel ISIS, sont plus faibles que ceux obtenus par le guide ACI. En plus, les

expressions du module d'élasticité et du module de rupture du béton recommandés par le guide ACI donnent des valeurs plus grandes que celles exigées par le code CSA et le manuel ISIS. Ces paramètres influent sur la valeur de la flèche comme l'indique le point suivant ;

- En termes de la flèche calculée par l'approche du moment d'inertie effectif, le code CSA sous-estime largement la valeur de la flèche. Ceci est dû à l'expression du moment d'inertie effectif adopté par ce code. Pour le manuel ISIS et le guide ACI, ce dernier sous-estime les valeurs de la flèche et la largeur des fissures. Ceci revient aux modules de rupture et d'élasticité du béton qui sont relativement grands selon le guide ACI. Ainsi, l'expression du moment d'inertie effectif adoptée par le manuel ISIS permet d'obtenir des valeurs plus conservatrices de la flèche ;

- En termes de la largeur des fissures, le code CSA et le guide ACI adoptent la même expression. Cependant, la valeur de la largeur des fissures obtenue par l'ACI est plus grande. Ceci est dû à la valeur du coefficient d'adhérence k_b utilisée par le guide ACI qui est relativement grande par rapport à celle utilisée par le CSA. Il est à noter que les valeurs du coefficient k_b de 1,2 et 1,4 sont utilisées uniquement dans le cas où les données expérimentales ne sont pas disponibles. L'expression de la largeur des fissures utilisées par le manuel ISIS donne des valeurs plus grandes à cause du coefficient de majoration adopté par ce manuel qui est 20% de plus ;

- D'une manière générale, la philosophie de calcul aux états limites selon le guide ACI est basée sur la réduction de la résultante des efforts résistants par le coefficient de tenu ϕ , alors que le code CSA et le manuel ISIS réduisent les efforts résistants du béton et des PRF séparément par l'utilisation des coefficients de tenu respectivement ϕ_c et ϕ_{prf} .

Références bibliographiques

- [1] Aidoudi, H., Hadj M.R., *Comportement à la flexion d'éléments en béton armé d'acier selon les codes BAEL - CSA*, mémoire de Master, Université de Laghouat, 2012.
- [2] American Concrete Institute, *Guide Test Methods for Fiber-Reinforced Polymers (FRPs) for Reinforcing or Strengthening Concrete Structures*, ACI 440.3R-04, American Concrete Institute, Farmington Hills, USA, 2004.
- [3] Zaidi, A., Masmoudi, R., *Comportement thermique d'éléments en béton armé de barres en PRF, Étude théorique et expérimentale*, 1ère Edition. PAF, Saarbrücken, Deutschland, Allemagne, 2013.
- [4] Patrick, V., *Caractérisation physico-mécanique et évaluation de la performance structurale de nouvelles barres de polymères renforcés de fibres de basalte (BFRP)*, mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Canada, 2013.
- [5] American Concrete Institute, *Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars*, ACI 440.1R-06, Detroit, 2006.
- [6] American Concrete Institute, *Building Code Requirements for Structural Concrete*, ACI 318M-08, 2008.
- [7] Canadian Standards Association, *Calcul des ouvrages en béton*, CAN/CSAA23.3-04, Ontario, Canada, 2004.
- [8] Canadian Standards Association, *Specification for Fibre-Reinforced Polymers*, CAN/CSAS 807-10. Rexdale, Ontario, Canada, 2010. Canadian Standards Association,
- [9] *Design and Construction of Building Structures with Fibre Reinforced Polymers*, CAN/CSA-S806-12, Rexdale, Ontario, Canada, 2012.
- [10] Canadian Standards Association, *Canadian Highway Bridge Design Code*, CAN/CSA-S6-06, Toronto, Ontario, Canada, 2006.
- [11] Intelligent Sensing For Innovative Structures, *Calcul des structures en béton de barre en PRF*, Design Manual N° 3, ISIS Canada, Winnipeg, Manitoba, Canada, 2002.
- [12] Intelligent Sensing For Innovative Structures, *Reinforcing Concrete Structures with FRP*, Design Manual N° 3, ISIS-canada, Winnipg, Manitoba, Canada, 2007.
- [13] S.S. Faza, H.V.S. GangaRao, *Fiber-Reinforced-Plastic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, Elsevier, 1993
- [14] GangaRao, H., Vijay, P. V. *Design of Concrete Members Reinforced with GFRP Bars*, 3rd International symposium of Non-metallic (FRP) reinforcement for concrete structures, Sapporo, Japan, 1997
- [15] Krobba, M., *Comportement à la flexion d'éléments en béton armé de PRF selon les guides de calcul ACI, CSA et ISIS*, mémoire de Master, Université de Laghouat, 2015.
- [16] Bouhieda, S. *Étude des premiers instants d'oxydation d'un acier ferrito-martensitique FE-12CR dans le CO₂*, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, France, 2012

Notations et abréviations :

A	: Aire effective du béton tendue entourant l'armature tendue et ayant le même centre de gravité que celui de l'armature tendue divisée par le nombre de barres (mm ²)	k	: Facteur de réduction de contrainte
A_{prf}	: Aire de l'armature en PRF	k_b	: Coefficient dépendant de l'adhérence
A_{prfb}	: Aire de l'armature en PRF en condition balancée (équilibrée)	k_l	: Paramètre tenant compte des conditions d'appuis, il prend, respectivement, une valeur de 1,0 ; 0,8 ; 0,6 ; et 2,4 pour appuis simple uniformément chargé, une extrémité continue, deux extrémités continues et porte-à-faux
B	: Largeur de la zone comprimée	l_n, l	: Portée libre de l'élément
b	: Largeur de la section du béton	M_a	: Moment appliqué
C	: Résultante de la force interne de compressions du béton	M_{cr}	: Moment de fissuration
C_E	: Facteur de réduction environnemental de la résistance de PRF selon le guide ACI dépendant de type de fibres et du milieu d'environnement (pour un béton à l'abri des intempéries $C_E=1$ pour les PRF de carbone ; 0,9 pour les PRF d'aramide ; et 0,8 pour les PRF de verre)	M_{DL}	: Moment dû aux charges permanente
c	: Profondeur de l'axe neutre	M_f	: Moment dû aux charges pondérées
c_b	: Profondeur de l'axe neutre en condition balancée	M_{LL}	: Moment dû aux charges d'exploitation
d	: Distance entre la fibre extrême comprimée et l'armature tendue (hauteur effective ou utile)	M_r	: Moment résistant
d_b	: Diamètre de la barre	M_s	: Moment dû aux charges de service
d_{bs}	: Diamètre de l'étrier	M_u	: Moment ultime
d_c	: Distance mesurée du centre de gravité de l'armature tendue à la face extrême tendue (mm)	n_{prf}	: Rapport modulaire E_{prf}/E_c
E_c	: Module élastique du béton	s	: Espacement entre les barres longitudinales de PRF (mm)
E_{prf}	: Module élastique des armatures en flexion de PRF	T	: Résultante de la force interne de tension de l'armature
f_c'	: Résistance spécifiée en compression du béton	w	: Largeur des fissures
f_c	: Contrainte de fissuration du béton	α_d	: Coefficient sans dimension égale à 0,5 pour les sections rectangulaires, et $0,5+0,003(b/b_w)-b/(80h_s)$ pour les sections en T, où b et b_w sont la largeur de l'aile et la largeur de l'âme, respectivement ; h_s est l'épaisseur minimum exigée par la norme CSA A23.3-94 lorsque l'armature d'acier est utilisée
f_{prf}	: Contrainte dans l'armature en PRF	α_1	: Facteur du bloc de contrainte équivalent
f_{prfu}	: Contrainte dans l'armature en PRF à l'ultime	β	: Rapport h_2/h_1
f_r	: Module de rupture du béton	β_1	: Facteur du bloc de contrainte équivalent
h	: Épaisseur de l'élément (hauteur de la section du béton)	β_d	: Coefficient de réduction de la rigidité de la zone tendue due à la présence des PRF.
h_1	: Distance du centre de gravité de l'armature tendue à l'axe neutre	γ_c	: Masse volumique du béton
h_2	: Distance de la surface extrême tendue à l'axe neutre	Δ_i	: Flèche instantanée
I_{cr}	: Moment d'inertie de la section fissurée	Δ_v	: Flèche différée
I_e	: Moment d'inertie effectif	\mathcal{E}_c	: Déformation du béton
I_g	: Moment d'inertie de la section brute	\mathcal{E}_{cu}	: Déformation ultime du béton
I_t	: Moment d'inertie de la section de béton transformée non fissurée	\mathcal{E}_{prf}	: Déformation du PRF
		\mathcal{E}_{prfu}	: Déformation ultime du PRF
		\mathcal{E}_s	: Déformation de l'acier
		η	: Rapport d/h
		ρ_{prf}	: Taux d'armature des PRF
		ρ_{prfb}	: Taux d'armature des PRF en condition balancée
		λ	: Facteur de modification tenant compte de la densité du béton
		λ_A	: Facteur multiplicateur de flèche